

ANÁLISE DE UM OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL À LUZ DO CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

AN ANALYSIS OF A DIGITAL LEARNING OBJECT BY MATHEMATICS TEACHER
SPECIALIZED KNOWLEDGE PERSPECTIVE

Lucas Carato Mazzi¹, Rúbia Barcelos Amaral-Schio², Larissa Moura³

Recebido: agosto/2018 Aprovado: outubro/2019

Resumo: Este artigo tem como objetivo discutir o conhecimento matemático necessário ao professor para integrar um Objeto Educacional Digital (OED) em uma sala de aula. Para alcançar esse objetivo, nos baseamos nos pressupostos da pesquisa qualitativa e selecionamos o OED 'Localizando Terremotos' para situar nossas discussões. Para analisá-lo, utilizamos o modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) que, ao mesmo tempo, é um aporte teórico e metodológico. Concluimos que o professor, ao optar pela integração do OED no cotidiano escolar, deve fazer um estudo não só sobre os tópicos que envolvem o OED em si, mas também buscar possíveis relações entre esses conteúdos e diferentes assuntos presentes no currículo, além de refletir sobre questões pedagógicas que envolvam tais conceitos.

Palavras-chave: Objeto Educacional Digital, Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, PNLD.

Abstract: The paper aims to discuss about the mathematical knowledge necessary to teachers to use a Digital Educational Object (OED) in a classroom. To achieve this goal, we rely on the assumptions of qualitative research and select the OED 'Locating Earthquakes' as an example. To analyze it, we decided to use the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, which is, at the same time, a theoretical and methodological approach. We conclude that the teacher, by opting for integration of OED in everyday school life, should do a study not only on topics involving the OED itself, but also look for possible relationships between these contents and different themes present in the curriculum, as well as reflect on pedagogical issues involving such concepts.

Keywords: Digital Learning Object; Mathematics Teacher's Specialized Knowledge; PNLD.

1  Orcid id: 0000-0003-3395-3724. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática (Unicamp). Pós-doutorando em Educação Matemática (PPGEM-Unesp), Rio Claro, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Av. 24A, n. 1515, Bela Vista, 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. E-mail: lcmazzi@outlook.com

2  ORCID id: 0000-0003-4393-6127. Livre-Docente em Educação Matemática (UNESP). Departamento de Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Av. 24A, n. 1515, Bela Vista, 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. E-mail: rubia.amaral@unesp.br.

3  ORCID id: 0000-0002-7670-9951 – Mestre em Topologia Algébrica (UNESP). Doutoranda em Topologia Algébrica (UFSCAR), São Carlos, São Paulo, Brasil. Endereço: Av. Wadia Jafet Assad, 555, Bl. 1 Ap. 64, Bairro Dos Casa, cep: 09850-090, São Bernardo do Campo, SP, Brasil. E-mail: moura.larie@gmail.com.

1. Introdução

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), instituído em seu primeiro formato pelo Decreto-Lei nº 91542, de 19 de agosto de 1985, tem como principal objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos às escolas públicas da Educação Básica das redes federal, estadual, municipal e distrital, assim como às instituições de educação infantil comunitária, confessional ou filantrópica, sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público (BRASIL, 2019).

Para que uma coleção faça parte do PNLD, ela deve ser submetida ao programa e passar por um processo de avaliação. Uma vez aprovada, ela fará parte do Guia de Livros Didáticos¹ – documento publicado pelo Ministério da Educação (MEC), apresentando resenhas das coleções aprovadas. O Guia, então, é disponibilizado às escolas, que elencam uma lista de preferências. Na sequência, os pedidos são enviados para o MEC e este efetua a compra junto às editoras, que, por sua vez, encaminham para as escolas ao fim do processo (MAZZI, 2018).

Em 2011, o PNLD lançou um edital que permitia a disponibilização de materiais digitais a usuários da educação nacional (BRASIL, 2011). Pela primeira vez, as editoras puderam inscrever objetos educacionais digitais complementares aos livros impressos, ou seja, as editoras possuíam duas categorias de submissão: Conjunto de livros impressos e Conjunto de livros impressos acompanhados de conteúdos multimídia, sendo que estes são definidos como

[...] temas curriculares tratados por meio de um conjunto de objetos educacionais digitais destinados ao processo de ensino e aprendizagem. Esses objetos devem ser apresentados nas categorias: audiovisual, jogo eletrônico educativo, simulador e infográfico animado; ou congregar todas ou algumas dessas categorias no estilo hipermídia, devendo cada objeto ser identificável individualmente, armazenável em mídia e passível de disponibilização em ambiente virtual (BRASIL, 2011, p.2).

O resultado desse processo consta de dez coleções aprovadas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, sendo três delas acompanhadas de conteúdos multimídia. Cabe destacar que o edital prevê que “[...] os objetos educacionais digitais contidos em cada conteúdo multimídia são complementares e devem estar articulados com o conteúdo dos volumes impressos, tanto no que diz respeito ao livro do aluno quanto ao manual do professor” (BRASIL, 2011, p.2). Ficou ainda estabelecido que cada conteúdo multimídia conterà de um a cinco objetos educacionais digitais, escolhidos entre as categorias: audiovisual, jogo eletrônico educativo, simulador ou infográfico animado (BRASIL, 2011).

Uma nova mudança se deu no edital de 2015 (BRASIL, 2013) que também deu abertura para a inserção de Objetos Educacionais Digitais (OED) para as coleções destinadas ao Ensino Médio. Estes deveriam ser integrados tanto aos livros didáticos impressos como também à versão digital correspondente, no formato multimídia. Das coleções aprovadas, apenas uma delas continha esse recurso tecnológico.

¹ Utilizaremos o termo Guia para nos referirmos ao Guia de Livros Didáticos.

Motivados por essas mudanças propostas pelo PNLD ao longo dos anos, elaboramos a seguinte pergunta diretriz de modo a nortear nossa pesquisa: “Qual o conhecimento matemático necessário ao professor para integrar um OED em sua sala de aula?”.

A fim de buscar possíveis respostas para a questão acima, nossa pesquisa foi guiada por elementos da pesquisa qualitativa que tem interesse na interpretação de fenômenos, compreensão de situações e de modos de raciocínios dos sujeitos envolvidos (ALVES-MAZZOTTI, 1998; GOLDENBERG, 2004). Nesse tipo de abordagem os significados não são examinados ou medidos em termos de quantidades, em volume, intensidade ou frequência, mas sim, enfatiza as qualidades das entidades e dos processos investigados (DENZIN; LINCOLN, 2006).

Estrutturamos o artigo do seguinte modo: primeiramente discutiremos algumas ideias centrais do referencial teórico adotado; na sequência introduziremos o OED ‘Localizando Terremotos’ e, então, o analisaremos com base no quadro teórico supracitado, explorando os conhecimentos matemáticos necessários ao professor, ou seja, o que e como o professor precisa conhecer acerca dos temas que vai ensinar a partir da integração com a tecnologia. Para encerrar, algumas considerações finais serão elencadas.

2. Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK¹)

O Conhecimento Especializado do Professor de Matemática é um modelo que surgiu das ideias de Shulman (1986, 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008), tendo, estes, aprofundado as perspectivas de Shulman no contexto da Educação Matemática. Antes de apresentar os detalhes do MTSK, faz-se necessário uma breve discussão dessas propostas que guiaram o trabalho desse modelo.

Shulman (1986, 1987) propôs um quadro teórico no qual o conhecimento do professor é dividido em três categorias: *conhecimento do conteúdo*, *conhecimento pedagógico do conteúdo* e *conhecimento do currículo*. Como conhecimento do conteúdo o autor considera como sendo o conhecimento que o professor possui a respeito do conteúdo específico da disciplina trabalhada. No caso da Matemática, seriam as regras, os algoritmos, as manipulações algébricas, entre outros. O conhecimento pedagógico do conteúdo seria um “[...] conhecimento do conteúdo que é exclusivo para o ensino” (RIBEIRO, 2012, p. 539), ou seja, quais são as melhores analogias, os melhores exemplos, as melhores ilustrações, a melhor forma de tornar o conteúdo compreensível para os outros. Em outras palavras, seria a ligação entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino. Já o conhecimento do currículo se refere à noção de como os conteúdos estão estruturados e sequenciados, além do conhecimento dos recursos e materiais disponíveis para cada tópico trabalhado.

Trazendo essas ideias para o contexto da Educação Matemática, Ball, Thames e Phelps (2008) mantiveram duas das três categorias principais de Shulman (1986), e as dividiram em subcategorias, com o propósito de refinar as ideias iniciais do autor. Dessa forma, o

¹ Mathematics Teacher's Specialized Knowledge.

Conhecimento do Conteúdo, nesse caso, o Conhecimento Matemático foi dividido em três partes: (a) o Conhecimento Matemático Comum; (b) o Conhecimento Matemático Especializado e (c) o Conhecimento Matemático Horizontal. Na categoria Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, temos as seguintes subcategorias: (a) Conhecimento do conteúdo e dos alunos; (b) Conhecimento do conteúdo e do ensino e (c) Conhecimento do conteúdo e do currículo.

Algumas pesquisas, no entanto, têm apontado limitações desse modelo para investigar certos aspectos do conhecimento dos professores de matemática (CARRILLO et al., 2013; FLORES; ESCUDERO; CARRILLO, 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013). Na tentativa de superar essas limitações, um grupo de pesquisadores da Universidade de Huelva, na Espanha, desenvolveu um novo modelo para o conhecimento do professor, intitulado Conhecimento Especializado do Professor de Matemática.

Segundo Flores-Medrano et al. (2014, p. 70, tradução nossa), "[...] esse modelo considera o caráter especializado do conhecimento do professor de maneira integral em todas suas dimensões e evita fazer alusão a referentes externos". Assim como nas ideias de Ball, Thames e Phelps (2008), esse modelo possui uma divisão em dois domínios do conhecimento, a saber, *Conhecimento Matemático (MK)* e *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)*. Cada uma dessas categorias possui três subdivisões (Figura 1).

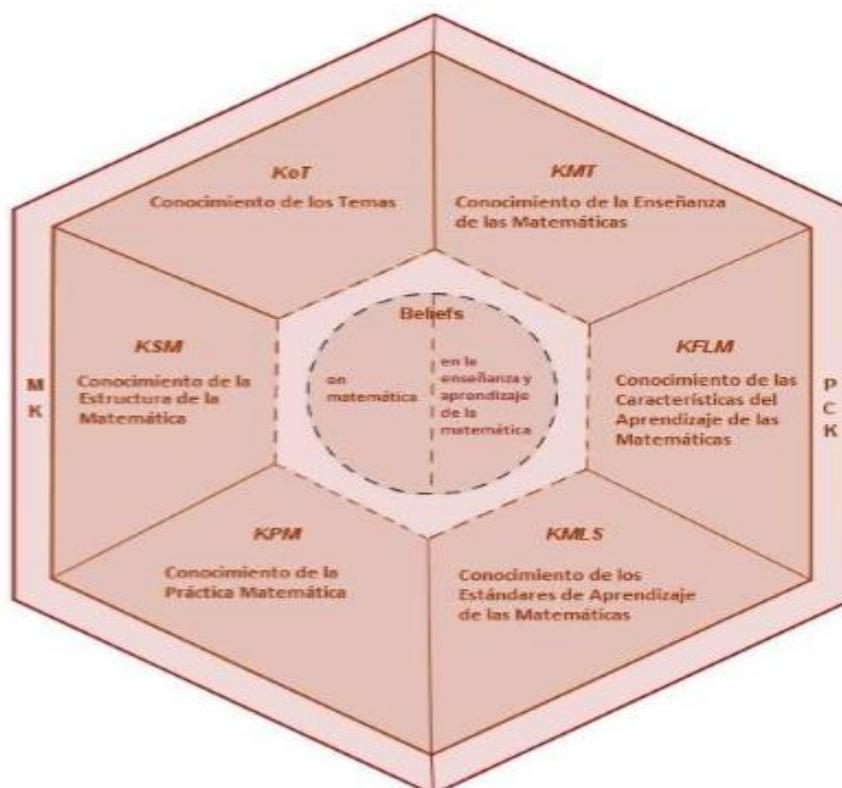


Figura 1 – Conhecimento Especializado do Professor de Matemática. Fonte: Flores-Medrano et al. (2014)

O *Conhecimento Matemático* está subdividido em três: Conhecimento dos Tópicos (KoT); Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) e Conhecimento da Prática Matemática (KPM), enquanto o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* se divide em: Conhecimento do

Ensino da Matemática (KMT); Conhecimento de Características da Aprendizagem de Matemática (KFLM); e Conhecimento das Normas da Aprendizagem de Matemática (Currículo).

Neste artigo focaremos na primeira parte do MTSK, o *Conhecimento Matemático* (MK), pois destacaremos os conhecimentos necessários ao professor para que este integre os OED na sala de aula, tomando um deles como base para discussão. Outros trabalhos se baseiam no modelo do MTSK integrando tecnologia, como por exemplo, Sandoval, Rojas e García-Campos (2017), que exploram o CAS e Santana e Climent (2014), que abordam o uso do Geogebra. Considerando o foco desse artigo, cabe explicitar algumas características das subcategorias presentes nesse domínio do conhecimento.

O *Conhecimento Matemático dos Tópicos (KoT)* é o conhecimento profundo dos conteúdos matemáticos em si, ou seja, o KoT é usado para descrever o que e como o professor conhece os temas que vai ensinar. Segundo Flores-Medrano et al. (2014, p.73, tradução nossa) essa subcategoria "[...] contempla o conteúdo que queremos que o aluno aprenda e permite considerar um conhecimento com nível de aprofundamento maior do que aquele esperado para os alunos".

O *Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM)* é o conhecimento das relações que o professor faz entre distintos tópicos matemáticos, ou seja, são as conexões entre conteúdos de diferentes níveis escolares. Navarro (2014, p. 38) define esse conhecimento como “[...] o constructo pessoal que o professor desenvolve sobre a forma em que estão sequenciados e conectados os tópicos matemáticos, tanto científicos como escolares”. Podemos induzir que essa categoria diz respeito às conexões feitas com os conteúdos posteriores e anteriores aos tópicos estudados.

O *Conhecimento da Prática Matemática (KPM)*, segundo Flores-Medrano et al. (2014), é o conhecimento relacionado ao fazer matemática, ou seja, é conhecer como se desenvolve determinado resultado, como é a demonstração de certo teorema, como determinada relação é verdadeira. Trata-se de saber como surge o conhecimento matemático, como se estabelecem as relações, como se generaliza resultados e como se argumenta.

Com base nos tipos de conhecimento especializados propostos por Flores-Medrano et al. (2014) e a partir dos pressupostos das pesquisa qualitativa, focaremos, a seguir, nas discussões que emergiram da análise do OED ‘Localizando Terremotos’ na tentativa de discutir o conhecimento matemático necessário ao professor para que esse OED seja integrado na sala de aula de Matemática.

3.0 OED “Localizando Terremotos” e o MTSK

Antes de analisar o OED com base no modelo MTSK, consideramos necessário um detalhamento do mesmo. O objeto selecionado é intitulado ‘Localizando Terremotos’ e faz parte da coleção “Projeto Araribá: Matemática” (LEONARDO, 2010), que foi aprovado pelo PNLD 2014. No Guia encontramos uma descrição do mesmo como sendo “[...] objeto audiovisual que discute as posições relativas de circunferências como um meio para encontrar o epicentro de um terremoto” (BRASIL, 2013, p.72).

'Localizando terremotos' é um OED indicado para o 8º ano que, conforme já mencionamos, tem como objetivo determinar a localização do epicentro de um terremoto, a partir do estudo de circunferências e das possíveis posições relativas entre duas e três circunferências. O OED se inicia com a definição de alguns conceitos inerentes ao seu tema, como terremotos e epicentro, sendo os terremotos tremores de terra causados pela liberação repentina da energia acumulada nas rochas e o epicentro o ponto da superfície da Terra localizado logo acima do ponto de origem dessa liberação de energia (LEONARDO, 2010). Nesse contexto é necessário usar um sismógrafo, que registra o tempo de chegada e a amplitude dos vários tipos de ondas sísmicas. Com o sismograma, que é o registro feito em papel pelos sismógrafos, é fácil calcular a distância entre o epicentro e a posição em que o sismógrafo se encontra.

Uma vez encontrada tal distância, pode-se gerar uma circunferência de centro no sismógrafo e raio igual à distância encontrada. Ao repetir o processo em outro sismógrafo e interceptarmos as duas circunferências obtidas, será encontrada a posição do epicentro (se as circunferências forem tangentes), ou duas possíveis posições (se forem secantes) nesse caso basta repetir o processo com a ajuda de um terceiro sismógrafo, que gerará uma terceira circunferência que interceptará as outras duas em exatamente um ponto.

O que percebemos, no entanto, foi que no âmbito do conteúdo matemático que envolve as "posições relativas de circunferências", só é mencionada a ideia de circunferências secantes. Isso nos chamou a atenção para pensarmos que tipo de trabalho o professor deve desenvolver para, primeiro, identificar que conteúdo matemático está presente nesses OED que acompanham os livros didáticos e, segundo, identificar quais outros conceitos poderiam ser explorados com o objeto.

Esses questionamentos nos levaram ao estudo do modelo supracitado, que norteou essa análise, tendo o OED "Localizando Terremotos" como uma situação que bem representa a necessidade de conhecimento do professor sobre os conceitos que o envolve, observando que nem todas as possibilidades (matemáticas) estão presentes no OED. Esse tipo de análise é pertinente sempre que algum recurso é incorporado à prática docente, pois cada um tem suas particularidades e precisa ser individualmente pensado para uso em sala de aula tendo em vista que estes objetos podem interferir no desempenho dos alunos mobilizando seus interesses em relação a aula de matemática.

Nossa intenção é contribuir com esse processo, trazendo questionamentos que podem ser recontextualizados e/ou adaptados a cada recurso escolhido. Vale observar que nossa perspectiva sobre os OED foi confirmada pela própria avaliação registrada no Guia, que afirma que, "[...] de modo geral, as orientações ao professor são genéricas e não o subsidiam para um trabalho pedagógico com o uso do OED" (BRASIL, 2013, p.72). Nesse sentido, visando colaborar com o professor, trazemos aqui uma discussão acerca do Conteúdo Matemático relacionado à prática de integração da tecnologia na aula de Matemática.

A seguir, apresentamos três quadros que elaboramos de modo a explicitar cada uma das subcategorias do Conhecimento Matemático (MK), com o intuito de discutir quais os conhecimentos de Matemática estão envolvidos na utilização do OED em sala de aula.

O quadro 1 faz referência à primeira parte do MK, o Conhecimento dos Tópicos. A coluna da esquerda traz os conteúdos matemáticos que podem ser encontrados no OED analisado. Na coluna da direita apresentamos os conteúdos que estão relacionados ao tema proposto pelo objeto, mas que não foram explorados no OED em questão.

Quadro 1: Conhecimento Matemático dos Tópicos (KoT)

Posição Relativa das Circunferências no OED:	Outras Posições Relativas das Circunferências:
Secantes se possuem dois pontos em comum.	<ul style="list-style-type: none"> • Externas se não possuem ponto em comum e a distância entre os seus centros é maior que a soma de seus raios. • Internas se não possuem ponto em comum e a distância entre os seus centros é menor que a soma de seus raios. • Concêntricas se possuem o centro em comum. • Tangentes se possuem apenas um ponto em comum (podendo ser externas ou internas)

Fonte: Elaborado pelos autores

A figura abaixo ilustra cada uma das situações apresentadas no quadro anterior.

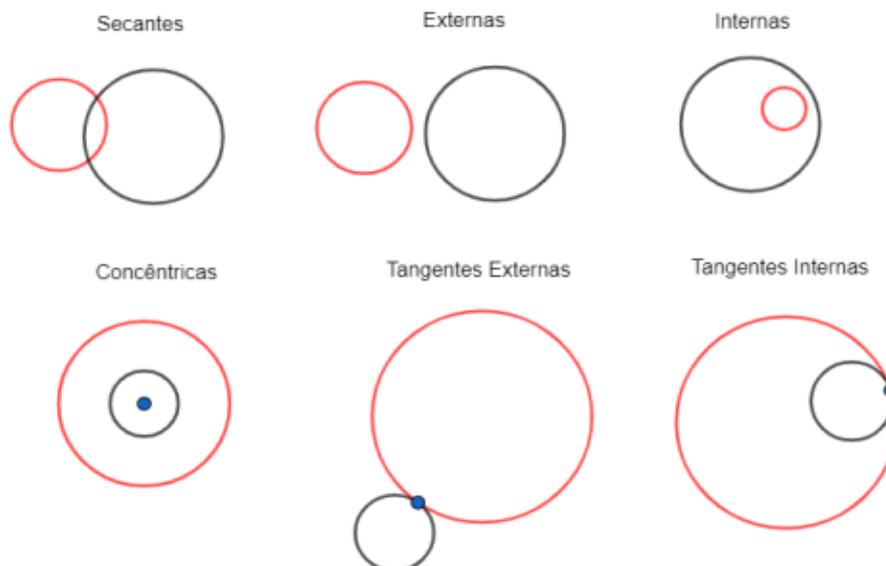


Figura 2 - Posições relativas entre duas circunferências. Fonte: Elaborado pelos autores.

Percebe-se que, apesar de o OED propor apenas uma situação dentro do tópico matemático a ser investigado (circunferências secantes), espera-se que o professor reflita sobre as outras possibilidades existentes de posições relativas entre circunferências (circunferências tangentes, externas, internas e concêntricas), de modo que este consiga contribuir para as discussões em sala de aula sobre o tema em estudo e aumentar o alcance do OED.

A seguir, apresentamos as ideias referentes à segunda categoria, o KSM. Como discutido anteriormente, esse subdomínio do KM diz respeito às conexões que são feitas entre os diferentes níveis escolares, isto é, as possíveis relações entre o tópico estudado com conteúdos posteriores e anteriores ao mesmo.

Quadro 2: Conhecimento da Estrutura Matemática (KSM)

Posição relativa de dois Planos	Posição relativa de duas Retas
<ul style="list-style-type: none"> • Paralelos se nunca se interceptam; • Secantes se possuem uma reta em comum e ainda, se o ângulo entre esses planos, que é dado pelo ângulo entre duas retas - uma em cada plano - for 90° dizemos que os planos são perpendiculares. • Coincidentes quando possuem duas retas em comum 	<ul style="list-style-type: none"> • Paralelas se a sua interseção é vazia; • Concorrentes se possuem um ponto em comum e ainda se o ângulo formado pelas semirretas originadas pelo ponto em comum for de 90° dizemos que as retas são perpendiculares; • Coincidentes quando possuem dois pontos em comum.
Posição relativa de duas Esferas	Posição relativa entre reta e circunferência
<ul style="list-style-type: none"> • Coincidentes se possuem mesmo centro e mesmo raio; • Secantes se possuem um círculo em comum; • Externas; • Internas; • Tangentes se só possuem um ponto em comum (podendo ser interna ou externa); • Concêntricas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reta externa à circunferência se a reta não possui nenhum ponto em comum com a circunferência. • Reta tangente à circunferência se a reta possui um, e somente um, ponto em comum com a circunferência. • Reta secante à circunferência se a reta possui dois pontos em comum com a circunferência.

Fonte: Elaborado pelos autores

As figuras que seguem ilustram as situações apresentadas no quadro anterior. Vale ressaltar que as posições ‘coincidentes’ não foram desenhadas, visto que representam um único objeto.

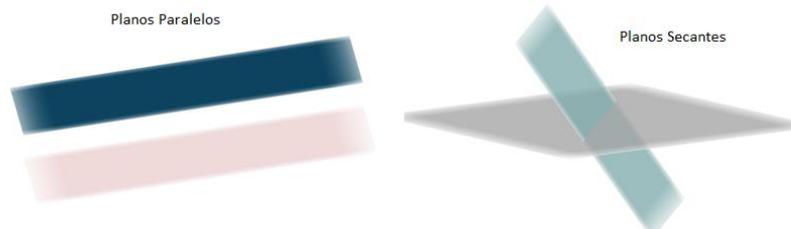


Figura 3 - Posições relativas entre dois planos. Fonte: Elaborado pelos autores.

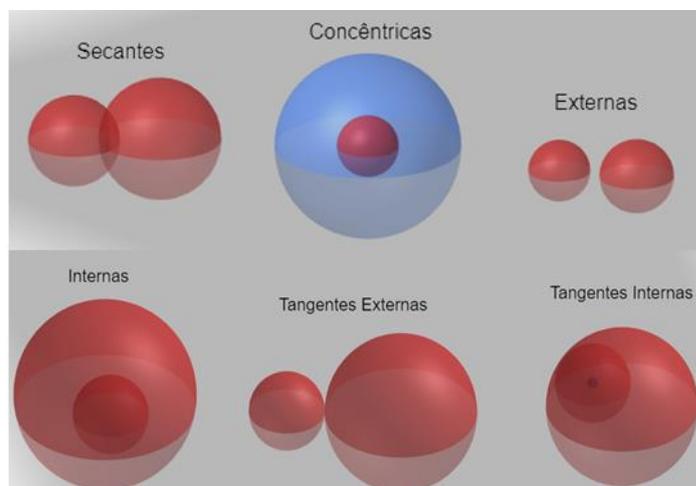


Figura 4 - Posições relativas entre duas esferas. Fonte: Elaborado pelos autores.

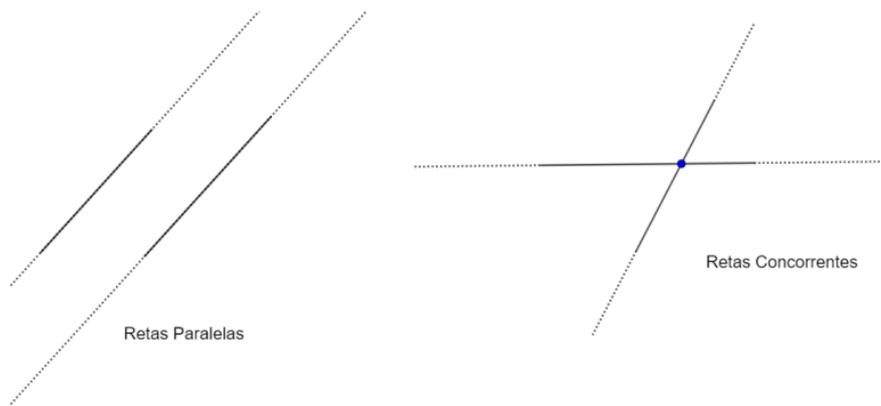


Figura 5 - Posições relativas entre duas retas. Fonte: Elaborado pelos autores.

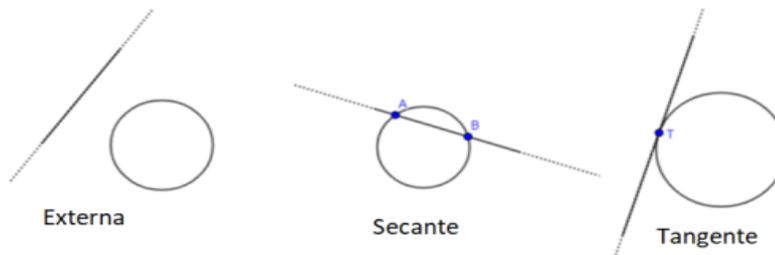


Figura 6 - Posições relativas entre reta e circunferência. Fonte: Elaborado pelos autores.

Podemos notar no quadro anterior conteúdos que estão relacionados com o tema principal do OED, posições relativas de circunferências, mas cabe ressaltar que são conceitos estudados em momentos diferentes. Na coluna da esquerda notam-se alguns temas comumente vistos após a noção explorada no OED, enquanto na coluna da direita, conteúdos que deveriam ter sido vistos previamente.

Por fim, o quadro 3 traz a terceira subcategoria do Conhecimento Matemático apresentado no MTSK, o Conhecimento da Prática Matemática. Esse conhecimento está diretamente relacionado com as ideias necessária para o fazer Matemática.

Quadro 3: Conhecimento da Prática Matemática (KPM)

Espera-se que o professor possua conhecimento sobre tópicos básicos da Matemática necessários para que o fazer Matemática se torne possível. Dentre esses conhecimentos destacamos que o professor deve saber o que são os seguintes tópicos:

- Definições
- Teoremas
- Lógica Proposicional

Além dessas ideias básicas acerca do fazer matemática, espera-se que o professor tenha conhecimento sobre teoria dos conjuntos, mais especificamente, sobre interseção de conjuntos, visto que as ideias de posições relativas entre entes matemáticos possuem essa noção como base.

Fonte: Elaborado pelos autores

Os conhecimentos apresentados no quadro 3 são necessários ao professor uma vez que são noções relevantes para a Matemática. Mesmo que na Educação Básica não se ensine diferentes tipos de demonstração, assim como não se discute de modo aprofundado noções da lógica proposicional, essas ideias estão presentes e permeiam o fazer Matemática. Com relação ao OED, o conhecimento sobre a definição de secante e teoremas que envolvem essa noção pode contribuir com o planejamento e com a execução das aulas que integrem o OED em questão.

Trazendo essa discussão teórica para a prática docente, apresentamos algumas reflexões sobre uma aula com os OED, a partir do exemplo escolhido. Considerando que os alunos conhecem os conteúdos apresentados na coluna da direita do quadro 2, o OED pode ser apresentado para introduzir o conceito a que se propõe: posições relativas entre circunferências.

Cabe ressaltar que alguns professores preferem primeiramente trabalhar o conceito, para usar recursos como os OED como exemplo. Zulatto (2002) apresenta uma discussão sobre a diferença metodológica do uso da tecnologia para introduzir um conceito ou para reforçar/exemplificar um conceito já estudado. Nós preferimos, e sugerimos, usar o OED para introduzir o conceito, para levar o aluno à descoberta. Para tanto, uma possibilidade é pausar o audiovisual na seguinte imagem:

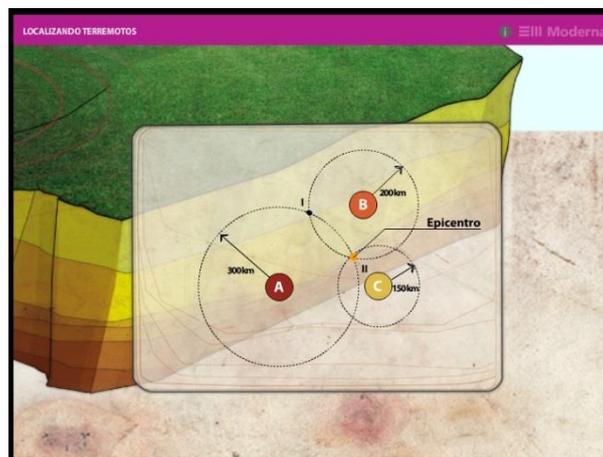


Figura 7 - Imagem do OED "Localizando Terremotos". Fonte: Leonardo (2010)

Na imagem, os alunos podem observar circunferências que são secantes. Como mostra a coluna esquerda do quadro 1, essa é a única posição que o OED menciona. Aqui o professor pode levantar questionamentos sobre quais as outras posições possíveis entre as duas circunferências (até "completar" as demais posições da coluna direita do quadro 1). Dessa forma, são os alunos que percebem as posições relativas e não o professor que lhe entrega uma lista e exemplifica.

Há ainda outras questões elaboradas pelos autores do OED, dentro das "Orientações para o Professor". Depois de finalizar o audiovisual com os alunos, é hora de outra rodada de

perguntas, além da formalização, se o professor julgar que ainda não foi feito durante as discussões. Nesse momento, cabe pensar não apenas matematicamente, mas dentro do contexto do problema em análise: É possível que, nas condições do OED, se obtenha duas circunferências internas? E externas? Caso ocorra, os sismógrafos estão registrando um mesmo abalo? Propor esses questionamentos são necessários, pois relacionam as ideias matemáticas discutidas com problemas da realidade, dando uma significação prática para os conhecimentos discutidos com o OED.

Sugerimos, ainda, que o professor defina para os alunos o termo diâmetro de uma circunferência¹ e pergunte: O que podemos afirmar se dois sismógrafos distintos registram um mesmo abalo, cuja distância do abalo ao sismógrafo A é igual à distância do abalo ao sismógrafo B? Com essa pergunta, pode-se introduzir a definição de diametralmente opostos.

Já tendo estudado as posições relativas das retas e agora as posições relativas das circunferências, o professor pode discutir sobre a intersecção entre retas e circunferências, tendo em mente definir as possíveis intersecções entre planos e perguntar o que poderíamos obter ao interceptar um plano e uma esfera. Uma possível questão seria pedir para que, a partir de um desenho e das definições vistas, o próprio aluno defina as possíveis posições entre planos e esferas, elaborando, assim, as noções apresentadas na primeira coluna do quadro 2.

Essas são algumas possibilidades de exploração do OED com os conteúdos matemáticos elencados nos quadros expostos previamente. Visto que a utilização dos OED depende do planejamento do professor, propomos algumas reflexões para tal utilização, mas sabemos que o docente deve fazer suas próprias considerações acerca dos objetos utilizados em sua sala de aula.

4. Considerações finais

Trazemos nesse texto uma discussão teórica (MTSK) para (re)pensar uma atividade prática (com uso de tecnologia na sala de aula). Olhando para os aspectos matemáticos que podem ser explorados a partir do OED, queremos fomentar a reflexão do leitor acerca da prática docente, a partir do conhecimento especializado do professor de Matemática que, ao preparar uma aula, precisa considerar as diferentes dimensões matemáticas em estudos (Conhecimento dos Tópicos (KoT); Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) e Conhecimento da Prática Matemática (KPM)).

O OED 'Localizando Terremotos' foi escolhido para apresentar uma discussão acerca do conhecimento especializado do professor ao integrar a tecnologia na aula de Matemática, em especial o domínio do Conhecimento de Matemática, abordando as posições relativas de circunferências. No que tange a subcategoria do Conhecimento Matemático dos Tópicos (KoT) observamos que seria relevante que o professor tenha, inicialmente, clareza sobre as possíveis posições entre duas circunferências (secantes, tangentes, internas, externas e concêntricas). Também, espera-se que o professor perceba que o OED não trata de todas as posições possíveis,

¹Um diâmetro de uma circunferência é uma corda que contém o centro, sendo uma corda um segmento cujas extremidades estão na circunferência (MOISE; DOWNS, 1971)

mas de apenas uma delas e, portanto, há uma demanda do professor de partir do OED e ampliar os conceitos estudados.

Na sequência, notamos sobre as conexões que são feitas entre os diferentes anos de ensino, ou seja, as possíveis relações entre o tópico estudado com conteúdos posteriores e anteriores ao mesmo, o que contempla o Conhecimento da Estrutura Matemática (KSM). A última subcategoria do domínio em foco é a do Conhecimento da Prática Matemática (KPM), que está diretamente relacionado com as ideias necessária para o fazer Matemática.

Sabemos que usualmente os recursos que selecionamos para usar em sala de aula, como os OED, não são suficientes para desenvolver o conceito em estudo. É preciso que o professor planeje o seu uso de forma a desenvolvê-lo. Esperamos que esse texto contribua com essa prática, sugerindo como o MTKS pode colaborar na elaboração de uma aula que aborde os conteúdos aqui elencado, considerando o Conhecimento Matemático e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Esperamos, por fim, que o presente artigo possa contribuir com a reflexão de professores e futuros professores a partir da exploração do exemplo de uma proposta de utilização do OED 'Localizando terremotos', considerando como suporte teórico para análise das possibilidades desse recurso o modelo do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática.

5. Agradecimentos

Esta pesquisa foi financiada pela FAPESP, Processo 2013/22975-3.

6. Referências

- ALVES-MAZZOTTI, A. J. **O método nas Ciências Sociais**. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. Parte I. São Paulo: Editora Pioneira, p. 107–188, 1998.
- BALL, D; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, p. 389–407, 2008.
- BRASIL. Decreto no 91.542, de 19 de agosto de 1985. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 20 ago. 1985. Seção 1, p. 12178.
- BRASIL. **Edital de convocação 06/2011** - CGPLI (PNLD 2014). Brasília, DF: Ministério da Educação, 2011.
- BRASIL. **Guia dos Livros Didáticos PNLD 2013**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2013.
- BRASIL. **Edital de convocação 01/2013**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2013.
- BRASIL. **PNLD**. Ministério da Educação, 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em: 01 jul. 2019.

CARRILLO, J; CLIMENT, N; CONTRERAS, L. C; MUÑOZ-CATALÁN, M.C. Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. In: CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH I MATHEMATICS EDUCATION – CERME, 8., 2013, Manavgat-Side, Antalya – Turkey. Conference proceedings Manavgat-Side, Antalya – Turkey, p. 1-10, 2013. Disponível em: <http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/Wg17_Climent.pdf>.

DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Tradução Sandra Regina Netz. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Flores, E., Escudero, D.I., & Carrillo, J. (2013). A theoretical review of specialised content Knowledge. Proceedings of Eighth ERME Congress. Antalya, Turkey (en prensa).

FLORES-MEDRANO, E; ESCUDERO-ÁVILA, D. I; MONTES, M; AGUILAR, A; CARRILLO, J. Nuestra Modelación del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, el MTSK. In: CARRILLO, J. et al. (Org.). **Un Marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, p. 70–92, 2014.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 3a. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

LEONARDO, F. M. **Projeto Araribá: Matemática**. 3.Ed. Moderna, 2010.

MAZZI, L. C. As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio: um foco nos capítulos de Geometria. Tese em Ensino de Ciências e Matemática, UNICAMP, 2018.

MOISE, E. E; DOWNS, F. L. **Geometria Moderna**. Edgar Blücher Ltda. 1971.

Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo., J. Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVII, Bilbao: SEIEM, p. 403-410, 2013.

NAVARRO, M. M. Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas acerca del Infinito. Un estudio de caso. 2014. 249 f. Tesis Doctoral – Universidad de Huelva, Huelva, 2014.

RIBEIRO, A. J. Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. Bolema. **Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 42B, p. 535–557, 2012.

SANDOVAL, I.; ROJAS, A. S.; GARCÍA-CAMPOS, M. Estrategias didácticas y conocimiento especializado de profesores de matemáticas. Un caso en Álgebra escolar. Galindo, E., & Newton, J., (Eds.). Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Indianapolis, IN: **Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators**. p. 567 - 574, 2017.

SANTANA, N. M.; CLIMENT, N. Conocimiento Especializado del Profesor para la utilización de Geogebra en el Aula de Matemáticas. **Revista de Didáctica de las Matemáticas**. V. 88, p. 75 - 91, 2014.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 4, p. 4–14, 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1–22, 1987.

ZULATTO, R. B. A. Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas. 2002. 316 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro - SP, 2002.